Probabilités pour l'informatique
Partiel du 8 mars 2011. Durée 45 minutes.
(Sans documents ni calculatrice)
Le barème est donné à titre indicatif.

1 Question du cours.

(4 points) Soit $X_1, X_2, X_3, \dots$ une suite de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes de même loi avec

$$P(X_1 = 1) = p = 1 - P(X_1 = 0).$$

Soit T le rang du premier élément de la suite qui est égal à 1, c'est à dire que

$$X_1 = X_2 = \dots = X_{T-1} = 0 \text{ et } X_T = 1.$$

Quelle est la loi de T ? Sans démontrer donnez la moyenne et la variance de T .

2 Problème.

Deux joueurs A et B font 10 jeux Pierre-Feuille-Ciseaux.

Déroulement d'un jeu. Les deux joueurs choisissent simultanément un des trois coups possibles en le symbolisant de la main : Pierre, Feuille ou Ciseaux. De façon générale, la pierre bat les ciseaux (en les émoussant), les ciseaux battent la feuille (en la coupant), la feuille bat la pierre (en l'enveloppant). Ainsi chaque coup bat un autre coup, fait match nul contre le deuxième (son homologue) et est battu par le troisième.

Question 1. (8 points) Dans cette question, les joueurs choisissent les coups de façon *équiprobable*, c.à.d. que chaque joueur choisit un coup Pierre, Feuille ou Ciseaux avec la probabilité $1/3$.

- a. On considère le premier jeu. Donnez un espace des issues et une probabilité associée. Quelle est la probabilité que A gagne dans le premier jeu? Sans calcul déduisez-en la probabilité d'un match nul.
- b. Notons X le nombre de jeux que A gagne parmi 10 jeux. Quelle est la loi de X ? Quelle sont la moyenne et la variance de X ?

Question 2. (8 points) Dans cette question, les joueurs choisissent les coups de façon *non équiprobable* :

- le joueur A choisit le coup Pierre, Feuille ou Ciseaux avec la probabilité $1/6$, $1/3$ ou $1/2$ respectivement,
 - le joueur B choisit le coup Pierre, Feuille ou Ciseaux avec la probabilité $1/4$, $1/4$ ou $1/2$ respectivement,
- a. On considère le premier jeu. Donnez un espace des issues et une probabilité associée. Quelle est la probabilité que A gagne dans le premier jeu? Quelle est la probabilité d'un match nul?
 - b. Notons X le nombre de jeux que A gagne parmi 10 jeux. Quelle est la loi de X ? Quelle sont la moyenne et la variance de X ?