

Contrôle continu

L2. Théorie des graphes

Seul document autorisé : Le résumé-memento de J.C. Fournier

17 mars 2010

Exercice 1.

On s'intéresse à la relation d'amitié entre les membres d'un groupe de 7 personnes.

1. Comment peut-on représenter cette relation d'amitié par un graphe ? Ce graphe est-il orienté ?
2. Est-il possible que chacun admette exactement 3 amis dans le groupe ? Justifier la réponse.
3. Considérons maintenant un groupe de 8 personnes. Est-il possible que chacun admette exactement 3 amis dans le groupe ? Justifier la réponse.

Exercice 2.

1. Dessiner le graphe G ayant la matrice d'adjacence suivante :

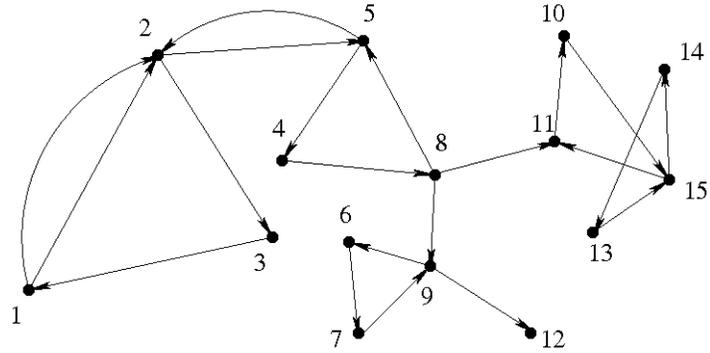
$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Déterminer les degrés intérieur et extérieur de chaque sommet.

2. Existe-il un graphe orienté à 4 sommets A, B, C, D dont les degrés intérieur et extérieur sont donnés par le tableau ci-dessous. Justifier la réponse.

	d^-	d^+
A	2	1
B	1	1
C	1	0
D	1	2

Exercice 3. Soit $G = (X, E)$ le graphe orienté suivant.



1. Ce graphe est-il fortement connexe ? Pourquoi ?
2. Identifier toutes les composantes fortement connexes.
3. Dessiner G' le graphe non orienté associé. Identifier les isthmes et déterminer le nombre de connexité de G' .