

Mathématiques discrètes pour l'informatique

Contrôle continu du 20 mars 2013. Durée : 1 heure.

(Documents interdits)

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1. (5 points)

1. On s'intéresse à la relation d'amitié entre les membres d'un groupe de 7 personnes.
Comment peut-on représenter cette relation d'amitié par un graphe ?
Est-il possible que chacun admette exactement 5 amis dans le groupe ? Justifier la réponse.
2. Considérons maintenant un groupe de 8 personnes. Est-il possible que chacun admette exactement 5 amis dans le groupe ? Justifier la réponse.

Exercice 2. (9 points)

1. Dessiner le graphe G ayant la matrice d'adjacence suivante :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Déterminer les degrés intérieur et extérieur de chaque sommet.

Dessiner toutes les composantes fortement connexes de G .

2. Soient G un graphe orienté quelconque, G' son graphe non orienté associé. Notons c le nombre de composantes fortement connexes de G , et c' le nombre de composantes connexes de G' . Montrer que

$$c \geq c'.$$

Montrer que $c = c'$ si et seulement si le graphe réduit de G ne comporte que des sommets isolés.

Exercice 3. (6 points)

Dessiner toutes les arborescences non-étiquetées ayant 5 sommets.