

TD3 - Introduction en logique temporelle linéaire

C. Dima

Exercice 1: Laquelle des formules suivantes est une tautologie :

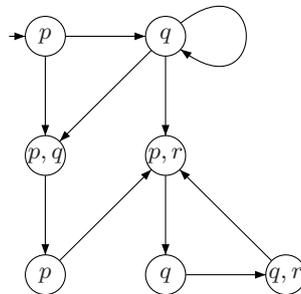
1. $\Box \bigcirc p \Leftrightarrow \bigcirc \Box p$.
2. $\Box(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \Box p \Rightarrow \Box q$.
3. $\bigcirc(p \mathcal{U} q) \Rightarrow (\bigcirc p) \mathcal{U} (\bigcirc q)$.
4. $\Box \Diamond p \Rightarrow \Diamond \Box p$.
5. $\Diamond \Box p \Rightarrow \Box \Diamond p$.
6. $(\Box p \mathcal{U} \Box q) \Rightarrow \Box(p \mathcal{U} q)$.

Exercice 2: Décrire en logique temporelle linéaire les propriétés suivantes :

1. p doit toujours précéder une apparition de q .
2. On doit avoir une séquence contiguë de p (au moins 1), suivie d'une séquence contiguë de q (au moins 1).
3. On doit avoir une séquence contiguë de p (au moins 1), suivie d'une séquence contiguë de q (au moins 1), qui est suivie d'une séquence contiguë de r (au moins 1).
4. Toute apparition de p doit être suivie dans au plus 3 unités de temps par une apparition de q , et p doit apparaître une infinité de fois.

Exercice 3: Pour chacune des formules suivantes et le système de transition de la figure suivante, indiquer les états où la formule est satisfaite. Dans le cas d'une formule non-satisfaite, donner une trace qui le prouve.

1. $\Box(p \wedge r \rightarrow \Box(q \vee r))$.
2. $p \mathcal{U}(p \wedge r)$.
3. $\Diamond(p \wedge \blacklozenge q)$.
4. $\Box(r \Rightarrow \bullet p \vee p \vee \bigcirc p)$.



Exercice 4: Considérons un ascenseur pour un bâtiment à 4 étages (plus le rez-de-chaussée), pour lequel chaque étage possède une porte d'ascenseur, un voyant indiquant si l'ascenseur a été appelé de l'étage respectif, plus un bouton d'appel. Proposer un nombre minimal de propositions atomiques et des formules LTL permettant de spécifier les propriétés suivantes :

- Une porte ne peut pas être ouverte sans que l'ascenseur se trouve à l'étage respectif.
- Chaque appel sera servi dans l'avenir.
- L'ascenseur doit revenir périodiquement à l'étage 0.
- Lorsqu'un appel du dernier étage est fait, l'ascenseur remonte tout de suite à cet étage, sans s'arrêter en route.

Exercice 5: Construire un automate de Büchi pour la formule $p \mathcal{U} \Box q$.