

Rattrapage de Logique 2004-2005

durée 1h

vous pouvez traiter les questions dans l'ordre désiré

formulaire autorisés

toute réponse sera justifiée

1. logique du premier ordre

1.1 (5 points) On considère les formules du premier ordre construites sur le langage constitué d'un symbole de fonction f à un argument et d'un symbole de relation R à 2 arguments :

$$\varphi_s : \forall x \exists y R(x, f(y)) \text{ et } \varphi_i : \forall x \forall y (R(f(x), f(y)) \longrightarrow R(x, y))$$

On propose la structure suivante :

- le domaine est \mathbb{N}
- f est la fonction $n \mapsto \text{sup}(n^2 + 3; 20)$
- R est la relation \leq

Est-elle un modèle de $\varphi_s \wedge \neg \varphi_i$?

1.2 (6 points) Soient P et Q deux symboles de relation à un argument et soit $=$ le symbole de la relation à deux arguments interprétée comme l'égalité. Exprimer par une formule chaque affirmation suivante :

- On ne peut pas être à la fois P et Q
- S'il existe un Q alors il existe un P
- Il n'y en a qu'un qui ne soit ni P ni Q

2. calcul propositionnel

2.1 (3 points) Soit $\alpha = (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow C))$. Montrer que α n'est pas toujours vraie.

2.2 (6 points) Soit ϕ la formule dont la table de vérité est

| A | B | C | ϕ |
|-----|-----|-----|--------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

Exprimer ϕ sous FND et FNC.