

Rattrapage de Logique 2004-2005

durée 1h

vous pouvez traiter les questions dans l'ordre désiré

formulaire autorisés

toute réponse sera justifiée**1. logique du premier ordre**

1.1 (5 points) On considère les formules du premier ordre construites sur le langage constitué d'un symbole de fonction f à un argument et d'un symbole de relation R à 2 arguments :

$$\varphi_s : \forall x \exists y R(x, f(y)) \text{ et } \varphi_i : \forall x \forall y (R(f(x), f(y)) \longrightarrow R(x, y))$$

On propose la structure suivante :

- le domaine est \mathbb{N}
- f est la fonction $n \mapsto \text{sup}(n^2 + 3; 20)$
- R est la relation \leq

Est-elle un modèle de $\varphi_s \wedge \neg\varphi_i$?

1.2 (6 points) Soient P et Q deux symboles de relation à un argument et soit $=$ le symbole de la relation à deux arguments interprétée comme l'égalité. Exprimer par une formule chaque affirmation suivante :

- On ne peut pas être à la fois P et Q
- S'il existe un Q alors il existe un P
- Il n'y en a qu'un qui ne soit ni P ni Q

2. calcul propositionnel

2.1 (3 points) Soit $\alpha = (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow C))$. Montrer que α n'est pas toujours vraie.

2.2 (6 points) Soit ϕ la formule dont la table de vérité est

A	B	C	ϕ
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Exprimer ϕ sous FND et FNC.