

## Option Théorie de l'information et logique — Avril 2006

*durée 1h30 - sujet de 2 pages - sans document*

*Les parties sont indépendantes et peuvent être traitées dans l'ordre désiré*

**les réponses doivent être justifiées**

### 1. Théorie de l'information

**1.1 codage de source** Soit  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  un alphabet de source avec la loi de probabilité suivante  $p(a) = 0,05, p(b) = 0,2, p(c) = 0,3, p(d) = 0,15, p(e) = 0,15, p(f) = 0,15$

**1.1.1** Calculer  $H(A)$ .

**1.1.2** Appliquer l'algorithme de Shannon-Fano et calculer la longueur moyenne du code obtenu.

**1.1.3** Appliquer l'algorithme de Huffman et calculer la longueur moyenne du code obtenu.

### 1.2 codage de canal

**1.2.1** Pourquoi a-t-on intérêt à coder la transmission avant le canal ?

**1.2.2** On considère le code de Hamming avec la matrice suivante  $H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Le mot à transmettre est 1101. Comment sera-t-il codé ?

On reçoit le mot 1011010. Décodez-le.

Combien d'erreurs peut détecter le code de Hamming ?

### 2. Logique

**2.1** Devant vous se trouvent trois coffres, chacun gardé par un soldat. Vous savez que **seul l'un des trois coffres** contient un trésor et que **seul le soldat gardant le trésor** dit la vérité. Chacun des trois soldats vous parle :

- (coffre bleu) "le coffre au trésor est bleu ou vert"
- (coffre rouge) "si le coffre bleu ne ne contient pas le trésor alors le coffre vert ne contient pas le trésor"
- (coffre vert) "je garde le trésor"

Peut-on trouver le bon coffre ? Pour cela, on exprimera les trois affirmations par trois formules  $\varphi_B, \varphi_R, \varphi_V$  en fonction des trois formules atomiques suivantes  $B, R, V$  signifiant respectivement "le coffre au trésor est bleu", "le coffre au trésor est rouge", "le coffre au trésor est vert". Sachant qu'il n'y a qu'un coffre au trésor et qu'une et une seule des trois formules est vraie, résolvez le problème.

**2.2** Soient les formules atomiques X, Y, Z et U ayant les significations respectives suivantes

- X : "Je suis Parisien"
- Y : "Je suis étudiant"
- Z : "Je suis majeur"
- U : "Je suis un électeur"

Donner pour chaque phrase une formule dont la sémantique lui correspond.

- "je suis un étudiant Parisien majeur"
- "si je suis un électeur alors je suis majeur"
- "si je suis un étudiant non majeur alors je ne suis pas un électeur Parisien"

**2.3** Soient  $P$  et  $Q$  deux symboles de relation à un argument. Exprimer par une formule du calcul des prédicats chaque affirmation suivante :

- tous les  $P$  sont des  $Q$
- certains  $Q$  ne sont pas des  $P$
- si un  $Q$  n'est pas un  $P$  alors aucun  $Q$  n'est un  $P$
- on peut être ni  $P$  ni  $Q$

On donne alors la structure suivante :

- le domaine est  $\mathbb{N}$
- $P$  est la propriété "être pair"
- $Q$  est la propriété "être premier"

Quelles formules précédentes sont satisfaites par cette structure ?

rappel : les nombres premiers sont les nombres supérieurs à 2 qui ne sont divisibles que par 1 et par eux-mêmes, soit 2,3,5,7,11,13,17,23,...

**BARÈME : 10 – 10**