

SECOND PARTIEL

1 heure 30

Seuls les notes manuscrites et les listings portant le nom de l'étudiant (dans le programme et sur chaque page) sont permis à titre de documentation.

Les exercices sont indépendants mais devront être présentés dans l'ordre.

Exercice 1.- (Altération)

-1°) Écrire une fonction en langage C :

$$\text{altere}(x, y)$$

qui change la valeur de x en $x^2 + y^2$ et celle de y en $x^3 - y^3$, où x et y sont des réels de type `float`.

- 2°) Tester cette fonction dans un programme C complet.

Exercice 1.- (Conjecture de Goldbach)

Une célèbre conjecture de la théorie des nombres, appelée conjecture de Goldbach, dit que tout entier naturel pair plus grand que 4 est la somme de deux nombres premiers. Par exemple $16 = 3 + 13$. On sait la vérifier sur un grand nombre d'entiers ; nous allons nous aider de l'ordinateur pour la vérifier sur beaucoup d'entiers.

Rappelons qu'un nombre premier est un entier naturel, différent de 1, qui n'est divisible que par 1 et lui-même.

- 1°) Soient \mathbb{N} l'ensemble des entiers naturels et \mathbb{B} l'ensemble des booléens. On note `divide` l'application de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ dans \mathbb{B} qui, au couple (d, n) d'entiers naturels, associe vrai si d divise n , et faux sinon. Implémenter cette fonction en langage C.

- 2°) On note `prime` l'application de \mathbb{N} dans \mathbb{B} qui, à l'entier naturel p , associe vrai si p est un nombre premier et faux sinon. Implémenter cette fonction en langage C.

[On pourra utiliser l'algorithme naïf consistant à vérifier que les entiers de 2 à $p - 1$ ne divisent pas p .]

- 3°) Écrire une fonction C qui demande un entier naturel pair n et donne une de ses décompositions en la somme de deux nombres premiers.

[Par exemple pour $n = 700$, on obtient :

$$700 = 17 + 683$$

On n'oubliera pas de traiter le cas, improbable, où l'on trouve un contre-exemple à la conjecture de Goldbach.

On pourra utiliser l'algorithme naïf qui passe en revue les nombres impairs k compris entre 3 et n et vérifie si k et $n - k$ sont premiers.]

- 4°) Écrire un programme C qui demande deux entiers naturels a et b , avec $a < b$, et qui liste les entiers pairs compris entre a et b avec une de ses décompositions en la somme de deux nombres premiers.

Un exemple de session est :

```
$ ./a.out
a = 700
b = 705
700 = 17 + 683
702 = 11 + 691
704 = 3 + 701
$
```